essere in linea retta, devono avere i loro corrispondenti in una conica circoscritta al triangolo fondamentale ; dunque :

Date due coppie di punti corrispondenti} congiungendo ciascuno dei punti di una coppia coi due ptinti dell'altra, si hanno quattro rette intersecatisi in due nuovi punti. Questi due punti sono fra di loro corrispondenti, e ciascuno dei triangoli formati da tre delle quattro rette an^idette e inscrivibile in una conica circoscritta al triangolo fondamentale, che ha per corrispondente la retta rimanente.

Supponiamo descritta la conica che passa per i tre punti *E',* 0, *F^f^* e per i vertici del triangolo fondamentale, ossia, in altre parole, la conica corrispondente alla retta *O'EF.* Se, tenendo fissa quest'ultima retta, si farà ruotare la *O'E'F'* intorno al punto *O',* i punti *E', F'* muteranno, del pari che i loro corrispondenti *E* ed F; ma le rette *EF'9 E' F* passeranno costantemente per il punto O in forza del teorema pocanzi dimostrato. Così, per determinare i punti *E, F* corrispondenti dei punti d'intersezione £', F' della segante mobile colla conica fissa, basterà condurre, per ogni posizione della segante mobile, le rette £'0, F'O fino ad incontrare la retta fissa nei punti cercati *E* ed F.

Si può anche supporre che la segante mobile *E' F'* giri intorno al punto £', corrispondente di *E.* Allora, per avere il punto corrispondente di O^f^, intersezione di essa segante mobile colla retta fissa, basterà condurre la *F' E,* che segherà la conica nel cercato punto O, e per avere il punto corrispondente di F' sua intersezione colla conica fissa, basterà condurre la *E' O* che incontrerà la retta fissa nel cercato punto F.

Siene *E,* F, G, *H* quattro punti in linea retta, *E^r^,* F', G^r^, *H^r^* i loro corrispondenti, situati in una conica circoscritta al triangolo fondamentale. Le quattro coppie di rette *A E* ed *A E', AF* ed *AF',* *A G* ed *A* G', *AH* ed *AH',* sono raggi corrispondenti di un'involuzione, e però il rapporto anarmonico delle quattro rette *AEy A F, AG, AH o* eguale al rapporto unarmonico delle quattro rette *AE'9 AF', AG' AH'** Poiché dunque *A* è un punto della conica in cui stanno i quattro punti £', F', G', *H^r^* possiamo formulare il seguente teorema :

|| rapporto anarmonico di quattro punti situati in linea retta equivale al rapporto anarmonico dei quattro punti corrispondenti, situati nella co nidi che corrisponde alla retta.

Da queste varie osservazioni emerge ornai chiaramente la legge di corrispondenza fra i punti di una retta e gli omologhi della conica corrispondente.

X.

Procediamo ora ad indicare le costruzioni geometriche lineari,

mediante le quali si possono tracciare per punti i luoghi corrispondenti a luoghi dati nel piano.